

ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ Ι - ΙΟΥΝΙΟΣ 2022 - Ε. ΚΕΧΑΓΙΑΣ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ

Θέμα 1

Έστω οι μεταθέσεις $\sigma = (2, 3)$, $\tau = (2, 3, 4, 5, 6)$ και $\rho = (1, 4, 6, 3)$. Να βρείτε οι τάξεις των στοιχείων $\sigma\tau\rho^2$, $\rho\tau^{22}\rho^{-1}$.

Θέμα 2

Να αποδείξετε ότι η ομάδα Σ_3 γεννάται από τις μεταθέσεις $(1, 2)$ και $(1, 3)$.

Θέμα 3

Έστω G μια ομάδα. Αν Y είναι υποομάδα και H κανονική υποομάδα, δείξτε ότι η

$$H = \{ab/a \in H, b \in Y\}$$

είναι υποομάδα της G .

Θέμα 4

Βρείτε όλες τις ισόμορφες και μη ισόμορφες αβελιανές ομάδες τάξης 36.

Θέμα 5

Βρείτε όλα τα ιδεώδη του \mathbb{Z}_{12} . Ποια από αυτά είναι πρώτα και ποια μέγιστα;

Θέμα 6

Έστω $f: R \rightarrow S$ ομομορφισμός δακτυλίων. Αν J είναι ένα πρώτο ιδεώδες του S , δείξτε ότι το $f^{-1}(J)$ είναι πρώτο ιδεώδες του R .

Θέμα 7

Είναι η απεικόνιση $f: \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ με $f(\bar{x}) = 4\bar{x}$ ομομορφισμός δακτυλίων;

Θέμα 8

Είναι το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x + 1$ ανάγωγο πάνω από το $\mathbb{R}[x]$ και $\mathbb{Z}_2[x]$;

Θέμα 9

Περιγράψτε πλήρως το δακτύλιο $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + 1 \rangle$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ